

# Seconda prova scritta - 5 settembre 2016

## Traccia di matematica

Il candidato svolga quattro dei cinque esercizi.

### Esercizio A

Si consideri la funzione reale

$$f(x) = ax^3 + bx + c.$$

- a) Fissati i valori  $a = -1$ ,  $b = 3$ ,  $c = 2$ , rappresentare il grafico di  $f$  nel piano cartesiano.
- b) Determinare i valori di  $a$ ,  $b$  e  $c$  tali che l'equazione

$$f(1 - x) = f(x - 1)$$

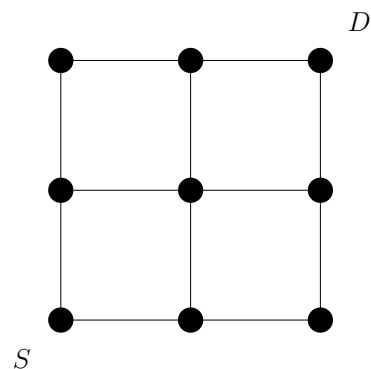
sia soddisfatta per ogni  $x \in \mathbb{R}$ .

- c) Fissati i valori  $a = b = c = 1$ , individuare le eventuali soluzioni dell'equazione

$$f(e^x) = -1.$$

### Esercizio B

Si consideri una rete informatica composta da 9 computer, uniti da 12 cavi disposti come in figura. Due computer sono connessi se c'è almeno un percorso (successione di un qualsiasi numero di cavi adiacenti) che porta dall'uno all'altro. Qual'è la probabilità di disconnettere il computer S dal computer D:



- a) tranciando due cavi a caso?
- b) tranciando tre cavi a caso?
- c) tranciando quattro cavi a caso?

### Esercizio C

Sia data una retta  $r$  e due punti  $A$  e  $B$  disposti al di fuori di  $r$ . Siano  $A'$  e  $B'$  i punti sulla retta più vicini rispettivamente ad  $A$  e  $B$ , e  $P$  il punto sulla retta che minimizza la somma delle distanze  $\overline{AP}$  e  $\overline{PB}$ . Dimostrare che i triangoli  $AA'P$  e  $BB'P$  sono simili.

## Esercizio D

Una stessa tipologia di bene (ad esempio tè freddo) viene prodotto da 2 imprese rivali  $A$  e  $B$ . Ognuna di esse sa che il prezzo  $p$  a cui verrà venduto il bene prodotto dipenderà dalle quantità prodotte complessivamente sul mercato ed è descritto dalla seguente funzione di domanda

$$p = \max(0, 10 - q_A - q_B)$$

dove  $q_A \geq 0$  e  $q_B \geq 0$  sono rispettivamente le quantità prodotte dall'impresa  $A$  e dall'impresa  $B$ . Se ad esempio  $A$  produce  $\sqrt{2}$  unità di bene e  $B$  produce 9 unità di bene, il prezzo che si realizza sul mercato è 0. Se invece l'impresa  $A$  produce  $\sqrt{2}$  unità di bene e  $B$  produce 5 unità di bene, il prezzo che si realizza sul mercato è  $5 - \sqrt{2}$ . Per produrre una quantità  $q_A$  l'impresa  $A$  subisce un costo totale pari a  $3q_A$ ; per produrre una quantità  $q_B$  l'impresa  $B$  subisce un costo totale pari a  $3q_B$ . Ciascuna impresa può decidere solo la propria quantità prodotta. Determinare, al variare della quantità prodotta dal concorrente, quale è la quantità ottima che all'impresa conviene produrre per rendere massimo il proprio profitto. Vi è un punto  $(q_A, q_B)$  in cui contemporaneamente le 2 imprese massimizzano i propri profitti, date le decisioni dell'impresa rivale?

## Esercizio E

Si consideri la funzione in due variabili  $g(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^3$ .

- Disegnare il luogo dei punti tale che  $g(x_1, x_2) = a$ , per  $a = -1$ ,  $a = 0$  e  $a = 1$ .
- Una funzione  $f$  in due variabili si definisce omogenea di grado  $k$  se

$$f(\alpha x_1, \alpha x_2) = \alpha^k f(x_1, x_2)$$

per ogni  $x_1, x_2$  appartenenti a  $\mathbb{R}$ . Stabilire se esiste un  $k$  tale che la funzione  $g$  sia omogenea di grado  $k$ .

## Traccia di filosofia

Natura e tecnica nella filosofia tra Ottocento e Novecento

## Traccia di storia

Una transizione difficile. Economia, società, istituzioni nel Mezzogiorno d'Italia dal Regno delle Due Sicilie alla Repubblica.